

# Seminář řešení matematických více méně středoškolských úloh

Dovolujeme si Vás pozvat na setkání

nad zajímavými matematickými úlohami, které proběhne

**1. 4. 2026      v místnosti CP 7.06      od 15.00 do 17.00.**

Místnost najdete v 7. patře budovy CPTO v kampusu UJEP.

Máte-li dotazy, neváhejte se obrátit na:

Martin Kuřil  
Martin.Kuril@ujep.cz

Jiří Příbyl  
Jiri.Pribyl@ujep.cz

Mimo jiné budeme řešit i následující úlohy.

**Zadání:** Na kružnici je napsáno deset celých čísel

$$x_1, x_2, \dots, x_{10}$$

(indexy bereme modulo 10, tedy  $x_{11} = x_1$  atd.). V jednom kroku si vybereme libovolné  $i$  a provedeme operaci

$$(x_i, x_{i+1}) \longrightarrow (x_i + 1, x_{i+1} - 1).$$

Tedy: u jednoho čísla přičteme 1 a u následujícího odečteme 1.

Dokažte, že z libovolných počátečních hodnot lze po konečném počtu kroků dosáhnout stavu

$$x_1 = x_2 = \dots = x_{10}$$

právě tehdy, když je součet  $x_1 + \dots + x_{10}$  dělitelný 10.

**Zadání:** Na louce jsou děti i dospělí. Počet procent chlapců ze všech dětí se rovná počtu procent dívek ze všech přítomných osob a také počtu všech dospělých. Kolik chlapců, dívek a dospělých je na louce.

**Zadání:** Nechť  $*$  je asociativní operace na množině  $M$ . Nechť prvek  $e \in M$  splňuje

- $e * a = a$  pro všechna  $a \in M$
- pro všechna  $a \in M$  existuje prvek  $b \in M$  takový, že  $b * a = e$ .

Dokažte, že

- $a * e = a$  pro všechna  $a \in M$
- pro všechna  $a \in M$  existuje prvek  $b \in M$  takový, že  $b * a = e = a * b$ .

**Zadání:** Necht'  $n$  je kladné celé číslo. Uvažme 3-rozměrný prostor  $\mathbb{R}^3$ . Pro body  $X, Y \in \mathbb{R}^3$ ,  $X = [x_1, x_2, x_3]$ ,  $Y = [y_1, y_2, y_3]$ , je jejich vzdálenost  $d(X, Y)$  definována takto:

$$d(X, Y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2}$$

Necht'  $M$  je množina bodů prostoru  $\mathbb{R}^3$ . Řekneme, že  $M$  je *množina dvou vzdáleností*, pokud  $M$  má následující vlastnost: Existují dvě reálná čísla  $a, b$  taková, že pro každé dva body  $X, Y$  z množiny  $M$  je  $d(X, Y) = a$  nebo  $d(X, Y) = b$ .

Dokažte, že každá množina dvou vzdáleností v  $\mathbb{R}^3$  má nejvýše 14 prvků.