Spolufinancováno Evropskou unií

Ministerstvo životního prostředí

UNIVERZITA J. E. PURKYNĚ V ÚSTÍ NAD LABEM

Seminář řešení matematických více méně středoškolských úloh

Dovolujeme si Vás pozvat na setkání

nad zajímavými matematickými úlohami, které proběhne

4. 11. 2026 **v místnosti CP 7.06** **od 15.00 do 17.00**.

Místnost najdete v 7. patře budovy CPTO v kampusu UJEP.

Mimo jiné budeme řešit i následující úlohy.

Zadání: Všechna kladná celá čísla jsou zapsána bezprostředně za sebou:

$$12345678910111213 14\ldots$$

Jaká číslice je na pozici číslo 206788?

Zadání: Dvě rovnoběžné přímky protne třetí přímka (příčka). Vznikne dvojice střídavých úhlů. Dokažte, že střídavé úhly jsou shodné (mají stejnou velikost).

Zadání: Dokažte následující tvrzení:

Nechť p je prvočíslo, $p \geq 19$. Pak existují celá čísla x, y, z taková, že

$$x^3 + y^3 \equiv z^3 \ (p)$$

(tj. číslo $x^3 + y^3 - z^3$ je násobkem prvočísla p) a přitom žádné z čísel x, y, z není násobkem prvočísla p.

V důkazu můžete použít tento fakt:

Pro každé liché prvočíslo p existuje $q \in \{1, 2, 3, \ldots, p-1\}$ takové, že

$$\{q^1 \bmod p, q^2 \bmod p, q^3 \bmod p, \ldots, q^{p-1} \bmod p\} = \{1, 2, 3, \ldots, p-1\}$$

Zde $n \bmod p$ značí zbytek po dělení celého čísla n číslem p. Například pro $p = 5$ můžeme vzít $q = 2$, protože

$$\{2^1 \bmod 5, 2^2 \bmod 5, 2^3 \bmod 5, 2^4 \bmod 5\} = \{2 \bmod 5, 4 \bmod 5, 8 \bmod 5, 16 \bmod 5\} = \{2, 4, 3, 1\}$$

Zadání: V oboru reálných čísel řešte soustavu dvou rovnic s třemi neznámými:

$$\begin{aligned} x + y &= 2 \\ xy - z^2 &= 1 \end{aligned}$$

Akce probíhá v rámci projektu RUR – *Region univerzitě, univerzita regionu*, reg. č. CZ.10.02.01/00/22_002/0000210. Aktivita B.3.11 Semináře a workshopy pro učitele přírodovědných oborů a matematiky.

REGION UNIVERZITĚ UNIVERZITA REGIONU